

Marcin Kurczab
Elżbieta Kurczab
Elżbieta Świda

Matematyka

Wymagania Edukacyjne **Zakres podstawowy**

Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro

Warszawa 2012

Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

Klasa I

1. Wprowadzenie do matematyki. Pojęcia podstawowe (10 godzin)

Tematyka

- Pojęcie zdania w logice, zaprzeczenie zdania.
- Koniunkcja zdań, alternatywa zdań.
- Implikacja, równoważność zdań.
- Definicja, twierdzenie, twierdzenie odwrotne.
- Prawa logiczne, prawa De Morgana.
- Zbiór, działania na zbiorach.
- Zbiory liczbowe, oś liczbowa.
- Rozwiązywanie prostych równań.
- Przedziały.
- Rozwiązywanie prostych nierówności.
- Zdanie z kwantyfikatorem.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna zdania proste i złożone;
- pozna spójniki logiczne;
- dowie się, co to jest definicja i czym różni się od twierdzenia;
- dowie się, co to jest twierdzenie odwrotne;
- pozna podstawowe prawa logiki, takie jak negacja alternatywy i negacja koniunkcji;
- pozna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiór skończony (nieskończony), element zbioru, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru;
- zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów (\in , \subset , \cap , \cup , $-$, $'$);
- pozna pojęcie sumy, różnicy, iloczynu i dopełnienia zbiorów;
- przypomni sobie wiadomości dotyczące liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych;
- pozna relacje, jakie zachodzą między podzbiorami zbioru liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie, czym jest oś liczbowa;
- pozna pojęcie przedziału (ograniczonego, nieograniczonego, otwartego, domkniętego, jednostronnie otwartego);
- nauczy się wykonywać działania na przedziałach (znajdować ich sumę, iloczyn oraz różnicę, a także dopełnienie przedziału);
- przypomni sobie własności równości i nierówności w zbiorze \mathbf{R} ;
- przypomni sobie podstawowe wiadomości o równaniach;
- uzupełni wiadomości o nierównościach;
- pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy oraz nauczy się zaprzeczać zdania z kwantyfikatorem.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną;
- posługiwać się spójnikami logicznymi i wie, że potoczne rozumienie spójników „i” oraz „lub” może być inne niż znaczenie spójników logicznych „ \wedge ” , „ \vee ”;
- zaprzeczać zdanie;
- budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną;
- odróżniać definicję od twierdzenia;
- mając dane twierdzenie w postaci implikacji, zbudować twierdzenie odwrotne do danego twierdzenia;
- stosować poznane prawa logiczne;
- wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów oraz dopełnienie zbioru;
- wskazać w podanym zbiorze liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
- posługiwać się pojęciem osi liczbowej;
- zaznaczać przedziały na osi liczbowej;
- wykonywać działania na przedziałach;
- stosować własności równości i nierówności w zbiorze R oraz rozwiązywać proste równania i nierówności;
- zaznaczać zbiór rozwiązań nierówności na osi liczbowej;
- stosować określenia „dla każdego”, „dla pewnego”, „istnieje”, „dla dowolnego”;
- wykorzystywać język matematyki w komunikowaniu się.

2. **Działania w zbiorach liczbowych** (12 godzin)

Tematyka

- Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych.
- Zbiór liczb wymiernych i zbiór liczb niewymiernych.
- Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych.
- Rozwiązywanie równań – metoda równań równoważnych.
- Rozwiązywanie nierówności – metoda nierówności równoważnych.
- Procenty.
- Punkty procentowe.
- Wartość bezwzględna. Proste równania i nierówności z wartością bezwzględną.
- Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie liczby pierwszej i złożonej;
- pozna cechy podzielności liczb naturalnych oraz jak znajduje się NWD i NWW liczb naturalnych;
- przypomni sobie, jak wykonuje się działania na ułamkach;
- pozna pojęcie części całkowitej i ułamkowej;
- przypomni sobie prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- przypomni sobie proporcje;
- pozna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;
- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami;

- pozna pojęcie punktu procentowego;
- pozna pojęcie wartości bezwzględnej;
- pozna pojęcie błędu bezwzględnego i względnego;
- nauczy się szacować wyrażenia liczbowe.

Założone osiągnięcia ucznia:

Uczeń potrafi:

- stosować cechy podzielności liczb naturalnych do znajdowania NWW i NWD (w tym również w celu rozwiązania zagadnień praktycznych);
- sprawnie wykonywać działania na ułamkach;
- wyznaczyć część całkowitą i część ułamkową liczby;
- zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych (w tym z wykorzystaniem praw działań);
- stwierdzić, czy wynik obliczeń jest liczbą wymierną czy niewymierną;
- wyznaczać rozwinięcia dziesiętne liczb;
- zapisać liczbę wymierną (w tym mającą rozwinięcie dziesiętne okresowe) w postaci ilorazu liczb całkowitych;
- stosować twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;
- stosować pojęcie procentu w obliczeniach;
- odczytywać dane z tabel i diagramów;
- wykorzystywać tabele i diagramy do przedstawiania danych;
- posługiwać się pojęciem punktu procentowego;
- obliczyć wartość bezwzględną danej liczby;
- zastosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu $|x - a| = b$, $|x - a| \geq b$;
- zapisać nierówność (równanie) z wartością bezwzględną, znając zbiór rozwiązań tej nierówności (tego równania);
- znaleźć przybliżenie liczby z zadaną dokładnością;
- stosować reguły zaokrąglania liczb;
- stosować pojęcie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego.

3. **Wyrażenia algebraiczne** (17 godzin)

Tematyka

- Potęga o wykładniku naturalnym.
- Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej.
- Działania na wyrażeniach algebraicznych.
- Wzory skróconego mnożenia.
- Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym.
- Potęga o wykładniku wymiernym.
- Potęga o wykładniku rzeczywistym.
- Dowodzenie twierdzeń.
- Określenie logarytmu.

- Zastosowanie logarytmów.
- Przekształcanie wzorów.
- Średnie.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku naturalnym;
- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach arytmetycznych;
- pozna pojęcie pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;
- przypomni sobie działania na wyrażeniach algebraicznych;
- pozna wzory skróconego mnożenia: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$;
- nauczy się rozkładać wyrażenia algebraiczne na czynniki za pomocą poznanych wzorów skróconego mnożenia;
- nauczy się usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym;
- przypomni sobie zapis liczby w notacji wykładniczej;
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku wymiernym i własności działań na takich potęgach;
- pozna, jak konstruuje się potęgę o wykładniku niewymiernym;
- pozna prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- pozna pojęcie dowodu wprost oraz dowodu nie wprost;
- pozna określenie logarytmu;
- pozna podstawowe własności logarytmu (wzór na logarytm ilorazu, iloczynu, potęgi);
- pozna wzór na zamianę podstaw logarytmu;
- pozna przykładowe zastosowania logarytmów;
- nauczy się przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;
- przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcie średniej geometrycznej i średniej ważonej.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym i całkowitym, stosując odpowiednie prawa;
- zapisywać liczby w postaci wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdzie $a \in (1, 10)$ i $k \in \mathbf{C}$;
- sprawnie wykonywać działania na pierwiastkach, stosując odpowiednie prawa;
- sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia (w tym do rozkładania sum algebraicznych na czynniki);
- usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka;
- wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym (wymiernym i niewymiernym), stosując odpowiednie prawa;
- dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;
- dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;
- obliczyć logarytm danej liczby przy danej podstawie;
- stosować w obliczeniach podstawowe własności logarytmu;
- znaleźć przybliżenie liczby zapisanej przy użyciu potęgi i przedstawić je (używając kalkulatora) w notacji wykładniczej;
- sprawnie przekształcać wzory stosowane w matematyce, fizyce, chemii;

- obliczać średnią arytmetyczną, geometryczną, ważoną.

4. Geometria płaska – pojęcia wstępne (7 godzin)

Tematyka

- Punkt, prosta odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona.
- Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta.
- Dwie proste przecięte trzecią prostą.
- Twierdzenie Talesa.
- Okrąg i koło.
- Kąty i koła.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podstawowe pojęcia geometryczne (punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt);
- pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej;
- pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej;
- przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, kąty wierzchołkowe);
- przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie, pojęcie odległości punktu od prostej i pojęcie odległości między prostymi równoległymi;
- przypomni sobie pojęcie symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta oraz jaką własność ma dowolny punkt leżący na symetralnej odcinka (dwusiecznej kąta);
- przypomni sobie twierdzenie o dwóch prostych równoległych, przeciętych trzecią prostą;
- pozna twierdzenie Talesa;
- przypomni sobie pojęcie koła i okręgu;
- przypomni sobie położenie prostej względem okręgu;
- pozna twierdzenia dotyczące stycznej do okręgu;
- pozna wzajemne położenie dwóch okręgów;
- przypomni sobie definicję kąta środkowego w kole oraz pozna określenie kąta wpisanego w koło i kąta dopisanego do okręgu;
- pozna twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych i dopisanych do okręgu.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać własności poznanych figur geometrycznych i posługiwać się tymi własnościami;
- wyznaczać odległość dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
- konstruować: proste prostopadłe, proste równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta;
- określić wzajemne położenie prostej i okręgu;
- korzystać z własności stycznej do okręgu;
- określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- korzystać z własności okręgów stycznych;
- stosować w rozwiązywaniu zadań poznane twierdzenia (m.in. twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą, twierdzenie Talesa, twierdzenia dotyczące kątów środkowych, wpisanych w okrąg, dopisanych do okręgu).

5. Geometria płaska – trójkąty (10 godzin)

Tematyka

- Podział trójkątów, suma kątów w trójkącie. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie.
- Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
- Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie.
- Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie.
- Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt.
- Przystawanie trójkątów.
- Podobieństwo trójkątów.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- przypomni sobie twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie;
- przypomni sobie, na czym polega nierówność trójkąta;
- pozna twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie Pitagorasa;
- pozna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- pozna twierdzenie o wysokościach w trójkącie;
- pozna twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- przypomni sobie twierdzenie o symetralnych boków trójkąta;
- przypomni sobie twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów;
- przypomni sobie pojęcie trójkątów podobnych oraz cechy podobieństwa trójkątów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań (w tym m.in. twierdzenie o sumie kątów trójkąta, twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, twierdzenie o wysokościach w trójkącie, twierdzenie o środkowych w trójkącie);
- określić – znając długości boków trójkąta – czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, czy rozwartokątny;
- opisać okrąg na trójkącie, wpisać okrąg w trójkąt, wyznaczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny i w trójkąt równoramienny, wyznaczać promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i na trójkącie równoramiennym – znając długości boków trójkąta;
- rozpoznawać trójkąty przystające;
- stosować cechy przystawiania trójkątów w rozwiązywaniu zadań;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować cechy podobieństwa trójkątów w rozwiązywaniu zadań (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym).

6. Trygonometria kąta wypukłego (8 godzin)

Tematyka

- Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym.
- Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa dla kątów 30° , 45° i 60° .
- Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta wypukłego.
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne.
- Wybrane wzory redukcyjne.
- Trygonometria – zadania różne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna określenie funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- pozna definicje funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego;
- pozna podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta wypukłego;
- pozna wybrane wzory redukcyjne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- obliczyć miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);
- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów wypukłych np. 120° , 135° , 150° ;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta wypukłego w rozwiązywaniu zadań;
- znając wartości jednej funkcji, potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta wypukłego;
- stosować wybrane wzory redukcyjne w rozwiązywaniu zadań;
- zbudować kąt wypukły, znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych tego kąta.

7. Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta (7 godzin)

Tematyka

- Pole figury geometrycznej.
- Pole trójkąta, cz. 1.
- Pole trójkąta cz. 2.
- Pola trójkątów podobnych.
- Pole koła, pole wycinka koła.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie pola figury;
- pozna własności pola;

- przypomni sobie stosowane wcześniej wzory na pole trójkąta (np. $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$ czy wzór na pole trójkąta równobocznego);
- pozna nowe wzory na pole trójkąta (np. $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$, $P = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$,
 $P = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot R}$, $P = p \cdot r$);
- przypomni sobie twierdzenie dotyczące pól figur podobnych;
- przypomni sobie wzór na pole koła;
- przypomni sobie wzór na pole wycinka koła.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć pole figury, wykorzystując podział tej figury na rozłączne części;
- stosować poznane wzory do obliczania pól trójkątów;
- stosować wzory na pole trójkąta do wyznaczania wielkości występujących w tych wzorach (np. długości wysokości, długości promienia koła wpisanego w trójkąt, długości promienia okręgu opisanego na trójkącie);
- zastosować twierdzenie o polach trójkątów podobnych w rozwiązywaniu zadań;
- zastosować wzór na pole koła i pole wycinka koła w rozwiązywaniu zadań.

8. Funkcja i jej własności (14 godzin)

Tematyka

- Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Dziedzina i zbiór wartości funkcji.
- Sposoby opisywania funkcji.
- Wykres funkcji.
- Dziedzina funkcji liczbowej.
- Zbiór wartości funkcji liczbowej.
- Miejsce zerowe funkcji.
- Monotoniczność funkcji.
- Funkcje różnowartościowe.
- Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.
- Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach.
- Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności.
- Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji w postaci wykresu funkcji.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji;
- pozna różne sposoby opisywania funkcji (graf, wzór, tabela, wykres, opis słowny);
- pozna takie pojęcia, jak: dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe funkcji liczbowej;
- pozna pojęcie monotoniczności funkcji;
- pozna pojęcie różnowartościowości funkcji;
- pozna wykresy niektórych funkcji, np. $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = |x|$;

- pozna pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji;
- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- nauczy się szkicować wykres funkcji o podanych własnościach;
- nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić przyporządkowanie, które jest funkcją, od przyporządkowania, które funkcją nie jest;
- opisywać funkcje na różne sposoby (grafem, wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- wskazać wykres funkcji liczbowej;
- wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej;
- określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady);
- obliczyć ze wzoru funkcji jej wartość dla danego argumentu;
- obliczyć argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji dla tego argumentu;
- obliczyć miejsca zerowe funkcji;
- określić na podstawie wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i najmniejszą funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie (maleje, jest stała) oraz zbiory, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- określić na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest różnowartościowa;
- sporządzić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- stosować poznane wykresy funkcji do rozwiązywania równań i nierówności;
- podać opis matematyczny zależności dwóch zmiennych w postaci funkcji;
- odczytywać i interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji, dotyczące różnych zjawisk, np. przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych, chemicznych;
- przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.

9. Przekształcanie wykresów funkcji (8 godzin)

Tematyka

- Podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych.
- Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX .
- Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY .
- Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{w} = [p, q]$.
- Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX .
- Symetria osiowa względem osi OY .
- Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu $(0, 0)$.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie wektora w układzie współrzędnych;
- nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę;
- pozna pojęcie wektorów przeciwnych;
- pozna pojęcie przesunięcia równoległego;
- nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OX ;
- nauczy się przesuwać równoległe wykres funkcji wzdłuż osi OY ;

- nauczy się przesuwać wykres funkcji równoległe o dowolny wektor;
- pozna pojęcie symetrii osiowej;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OX ;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię względem osi OY ;
- pozna pojęcie symetrii środkowej;
- nauczy się przekształcać wykres funkcji przez symetrię środkową względem początku układu współrzędnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć współrzędne wektora i długość wektora;
- dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę;
- stosować pojęcie wektorów równych i przeciwnych w rozwiązywaniu prostych zadań;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x) + b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(x + a) + b$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(x)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = |f(x)|$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = f(-x)$;
- na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ naszkicować wykres funkcji $y = -f(-x)$.

Klasa II

1. Funkcja liniowa (13 godzin)

Tematyka

- Proporcjonalność prosta.
- Funkcja liniowa. Wykres funkcji liniowej.
- Miejsce zerowe funkcji liniowej. Własności funkcji liniowej.
- Znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej.
- Równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych o współczynnikach kierunkowych różnych od zera.
- Zastosowanie wiadomości o funkcji liniowej w zadaniach z życia codziennego.
- Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Zastosowanie układów równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie definicję proporcjonalności prostej;
- pozna definicję funkcji liniowej;
- pozna znaczenie współczynników we wzorze funkcji liniowej;
- nauczy się szkicować wykres funkcji liniowej;
- pozna własności funkcji liniowej;
- nauczy się znajdować wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy lub prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej;
- nauczy się stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego;
- pozna określenie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- przypomni sobie, jak rozwiązuje się układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wskazać wielkości wprost proporcjonalne oraz określić współczynnik proporcjonalności;
- zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań;
- sporządzić wykres funkcji liniowej i odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu;
- znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- wykorzystać interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej w rozwiązywaniu zadań;
- wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do wykresu danej funkcji liniowej;
- stosować pojęcie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego;
- naszkicować wykres równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- rozwiązywać układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi oraz interpretować je graficznie;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych.

2. Funkcja kwadratowa (17 godzin)

Tematyka

- Własności funkcji kwadratowej $y = ax^2$.
- Wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej.
- Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej.
- Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej.
- Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu.
- Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
- Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne.
- Równania kwadratowe.
- Nierówności kwadratowe.
- Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna własności funkcji kwadratowej $y = ax^2$, gdzie $a \neq 0$;
- nauczy się przedstawiać wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych o zadanych własnościach;
- nauczy się odczytywać własności funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu;
- nauczy się wyznaczać najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- nauczy się stosować własności funkcji kwadratowej w zadaniach optymalizacyjnych;
- nauczy się rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe;
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji;
- sporządzić wykres funkcji kwadratowej i podać jej własności na podstawie wykresu;
- wyznaczać współrzędne wierzchołka paraboli i wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej;
- przekształcać wykresy funkcji kwadratowych;
- wyznaczyć wzór ogólny funkcji kwadratowej o zadanych własnościach lub na podstawie jej wykresu;
- wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej i wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej;
- sprawnie przekształcać wzór funkcji kwadratowej (z postaci ogólnej do postaci kanonicznej, z postaci iloczynowej do postaci kanonicznej itd.);
- interpretować informacje występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, ogólnej i postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie, zapisywać rozwiązania odpowiednich nierówności w postaci sumy przedziałów;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych;

- wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- rozwiązywać zadania (w tym również umieszczone w kontekście praktycznym) prowadzące do badania funkcji kwadratowej (zadania optymalizacyjne);
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- analizować zjawiska z życia codziennego, opisane wzorem lub wykresem funkcji kwadratowej;
- opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej.

3. Geometria płaska – czworokąty (9 godzin)

Tematyka

- Podział czworokątów. Trapezoidy.
- Trapezy.
- Równoległoboki.
- Wielokąty – podstawowe własności.
- Podobieństwo. Figury podobne.
- Podobieństwo czworokątów.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie podział czworokątów;
- pozna własności deltoidu;
- pozna twierdzenia opisujące własności trapezów (np. twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu);
- przypomni sobie własności równoległoboków;
- przypomni sobie własności wielokątów (w tym wielokątów foremnych);
- pozna pojęcie podobieństwa i jego własności;
- przypomni sobie, co to są czworokąty podobne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- posługiwać się własnościami czworokątów w rozwiązywaniu zadań;
- stosować poznane twierdzenia w rozwiązywaniu zadań dotyczących wielokątów;
- stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych dotyczących czworokątów;
- stosować własności podobieństwa figur w rozwiązywaniu zadań, w tym umieszczonych w kontekście praktycznym.

4. Geometria płaska – pole czworokąta (10 godzin)

Tematyka

- Pole prostokąta. Pole kwadratu.
- Pole równoległoboku. Pole rombu.
- Pole trapezu.
- Pole czworokąta – zadania różne.
- Pola figur podobnych.
- Mapa. Skala mapy.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie wzory na pola czworokątów (kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu);
- pozna nowe wzory na pole czworokąta;
- pozna twierdzenie dotyczące figur podobnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- stosować poznane wzory do obliczania pól wielokątów;
- stosować twierdzenie dotyczące pól figur podobnych, w tym również umieszczonych w kontekście praktycznym (np. dotyczących planu, mapy, skali mapy);
- rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich, również z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

5. **Wielomiany** (9 godzin)

Tematyka

- Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej.
- Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów.
- Rozkładanie wielomianów na czynniki.
- Równania wielomianowe.
- Zadania prowadzące do równań wielomianowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie wielomianu stopnia n ($n \in \mathbf{N}_+$) jednej zmiennej rzeczywistej;
- nauczy się dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany;
- nauczy się rozkładać wielomiany na czynniki;
- nauczy się rozwiązywać równania wielomianowe.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- odróżnić wielomian od innego wyrażenia;
- dodać, odjąć i pomnożyć wielomiany;
- rozłożyć wielomian na czynniki, stosując poznane wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów oraz wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązywać proste równania wielomianowe;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wielomianowych.

6. **Ułamki algebraiczne. Równania wymierne** (10 godzin)

Tematyka

- Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych.
- Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych.
- Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych.
- Proste równania wymierne.
- Zadania prowadzące do równań wymiernych.

- Wykres i własności funkcji $y = \frac{a}{x}$.
- Proporcjonalność odwrotna.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna określenie ułamka algebraicznego;
- nauczy się skracać i rozszerzać ułamki algebraiczne;
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić ułamki algebraiczne;
- nauczy się rozwiązywać proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych;
- pozna wykres i własności funkcji $y = \frac{a}{x}$;
- przypomni sobie, co to są wielkości odwrotnie proporcjonalne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego;
- skracać, rozszerzać, dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić ułamki algebraiczne;
- rozwiązywać proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych;
- szkicować wykres funkcji $y = \frac{a}{x}$, dla danego $a \neq 0$;
- omówić własności funkcji $y = \frac{a}{x}$, dla danego $a \neq 0$;
- przekształcić wykres funkcji $y = \frac{a}{x}$ (stosując poznane przekształcenia wykresów funkcji);
- korzystać ze wzoru i wykresu funkcji $y = \frac{a}{x}$ do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.

7. Ciągi (14 godzin)

Tematyka

- Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów.
- Monotoniczność ciągów.
- Ciąg arytmetyczny.
- Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.
- Ciąg geometryczny.
- Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.
- Lokaty pieniężne i kredyty bankowe.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję ciągu;
- pozna sposoby opisywania ciągów (wzór ogólny, wykres);

- pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać monotoniczność ciągu;
- pozna definicję ciągu arytmetycznego;
- pozna własności ciągu arytmetycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu arytmetycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów tego ciągu, średnia arytmetyczna);
- pozna definicję ciągu geometrycznego;
- pozna własności ciągu geometrycznego;
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory dotyczące ciągu geometrycznego (n -ty wyraz ciągu, suma n początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna);
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego;
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące lokat i kredytów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- określać ciąg wzorem ogólnym;
- wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu;
- zbadać monotoniczność ciągu;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym;
- wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego;
- zbadać, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym;
- wyznaczyć ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych;
- wyznaczyć sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego;
- rozwiązywać zadania stosując wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- stosować procent prosty i procent składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.

Klasa III

1. Potęgi. Logarytmy. Funkcja wykładnicza (12 godzin)

Tematyka

- Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie.
- Funkcja wykładnicza i jej własności.
- Proste równania wykładnicze.
- Proste nierówności wykładnicze.
- Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.
- Logarytm – powtórzenie wiadomości.
- Proste równania logarytmiczne.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- będzie doskonalił umiejętności wykonywania działań na potęgach;
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej;
- pozna własności funkcji wykładniczej;
- nauczy się szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- przypomni sobie pojęcie logarytmu;
- przypomni sobie własności logarytmów i ich zastosowanie w rozwiązywaniu zadań;
- nauczy się rozwiązywać proste równania logarytmiczne, do rozwiązania których będzie stosował definicję logarytmu.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- stosować własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań;
- odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;
- opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów;
- rozwiązywać proste równania i nierówności wykładnicze;
- posługiwać się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, biologicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- obliczać logarytm liczby dodatniej;
- stosować własności logarytmów w rozwiązywaniu zadań;
- rozwiązywać proste równania logarytmiczne, korzystając z definicji logarytmu.

2. Elementy geometrii analitycznej (9 godzin)

Tematyka

- Wektor w układzie współrzędnych. Długość odcinka. Współrzędne środka odcinka.
- Równanie kierunkowe prostej. Równanie ogólne prostej.

- Równoległość i prostopadłość prostych w układzie współrzędnych.
- Odległość punktu od prostej.
- Zastosowanie własności symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych oraz symetrii środkowej względem punktu $(0, 0)$ do rozwiązywania zadań.
- Zastosowanie poznanych wiadomości oraz własności trójkątów i czworokątów do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej.

Cele edukacyjne ucznia

Uczeń:

- przypomni sobie podstawowe informacje o wektorze w układzie współrzędnych;
- przypomni sobie, jak oblicza się odległość punktów w układzie współrzędnych;
- pozna metodę wyznaczania współrzędnych środka odcinka;
- przypomni sobie informacje o równaniu kierunkowym prostej;
- nauczy się zapisywać równanie prostej w postaci ogólnej;
- przypomni sobie warunki na równoległość i prostopadłość prostych danych równaniami kierunkowymi;
- pozna warunki na równoległość i prostopadłość prostych danych równaniami w postaci ogólnej;
- pozna wzór na obliczenie odległości punktu od prostej;
- nauczy się wykorzystywać własności trójkąta i czworokąta do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów położonych w układzie współrzędnych.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczyć odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;
- wyznaczyć współrzędne środka odcinka;
- zastosować informacje o wektorze w układzie współrzędnych do rozwiązywania prostych zadań;
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- wyznaczyć równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do danej prostej w postaci kierunkowej (lub ogólnej) i przechodzi przez dany punkt;
- obliczyć współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
- stosować wzór na odległość punktu od prostej (w tym obliczać odległość między prostymi równoległymi);
- rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej z wykorzystaniem poznanych wzorów oraz przekształceń geometrycznych, takich jak: symetria osiowa względem osi układu współrzędnych oraz symetria środkowa względem punktu $O(0, 0)$;
- rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej dotyczących własności trójkątów i czworokątów.
-

3. Elementy kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa (9 godzin)

Tematyka

- Reguła mnożenia.

- Reguła dodawania.
- Doświadczenie losowe.
- Zdarzenia. Działania na zdarzeniach.
- Obliczanie prawdopodobieństwa.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- nauczy się zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosując regułę mnożenia i regułę dodawania;
- pozna takie pojęcia, jak: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe;
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;
- nauczy się znajdować sumę zdarzeń, różnicę zdarzeń, iloczyn zdarzeń oraz zdarzenie przeciwne do danego zdarzenia;
- pozna twierdzenie o prawdopodobieństwie klasycznym;
- pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się je stosować w rozwiązywaniu zadań;
- nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia o prawdopodobieństwie klasycznym.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych (posługuje się grafami w postaci drzewa, stosuje regułę mnożenia oraz regułę dodawania);
- określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc;
- wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie twierdzenia o prawdopodobieństwie klasycznym;
- stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań;
- wykorzystać sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń do obliczania prawdopodobieństwa.

4. Elementy statystyki opisowej (5 godzin)

Tematyka

- Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej.
- Średnia z próby.
- Mediana z próby i moda z próby.
- Wariancja i odchylenie standardowe.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- dowie się, na czym polega klasyfikacja danych statystycznych;
- nauczy się obliczać średnią z próby, medianę z próby i odchylenie standardowe z próby;

- nauczy się interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe z próby;
- interpretować wymieniane wyżej parametry statystyczne;
- odczytywać i interpretować dane empiryczne z tabel, diagramów i wykresów;
- przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
- przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych;
- porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi.

5. **Geometria przestrzenna** (25 godzin)

Tematyka

- Płaszczyzny i proste w przestrzeni.
- Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę.
- Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Rzut prostokątny na płaszczyznę.
- Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych.
- Kąt między prostą i płaszczyzną. Kąt dwuścienny.
- Graniastopy.
- Ostrosłupy.
- Siatki wielościanu. Pole powierzchni wielościanu.
- Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów.
- Przekroje wybranych wielościanów.
- Bryły obrotowe. Pole powierzchni brył obrotowych.
- Objętość brył obrotowych.

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- nauczy się rysować figury w rzucie równoległym na płaszczyznę;
- pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny;
- pozna twierdzenie o trzech prostych prostopadłych;
- nauczy się wyznaczać kąt między prostą a płaszczyzną;
- pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastopach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach;
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych;
- pozna przekroje prostopadłościannów.

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń potrafi:

- badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni;
- stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych;
- poprawnie narysować graniastopę, ostrosłup lub bryłę obrotową w rzucie;
- podać własności figur przestrzennych, takich jak graniastopy, ostrosłupy czy bryły obrotowe;

- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;
- rozpoznać w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz obliczyć miary tych kątów;
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami;
- stosować wiedzę z trygonometrii do obliczania długości odcinków oraz miar kątów;
- rysować siatki figur przestrzennych;
- wyznaczać pola i objętości graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych;
- określić, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną (w prostych przypadkach obliczyć pole przekroju).